

DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.201611130

大跨网壳地震反应时 Rayleigh 阻尼构建方法比较

潘旦光^{1,2}, 程 业¹, 李雪菊¹

(1.北京科技大学 土木系,北京 100083;2.土木工程防灾国家重点实验室(同济大学),上海 200092)

摘 要: 为研究 Rayleigh 阻尼系数参考频率选取方法对结构地震反应的影响,以一个长 85.2 m,宽 61.8 m 的网壳为例,对比分析了基于地震波频谱特性选取第二个参考频率的方法、Idriss 方法、传统方法、优化方法所得 Rayleigh 阻尼系数引起顶点位移和基底剪力计算误差.对于地震波的频谱特性,讨论了拟加速度反应谱、拟速度反应谱、位移反应谱的峰值频率和形心点频率的统计范围.数值计算结果表明:基于拟速度反应谱、位移反应谱峰值频率和形心频率以及 Fourier 谱的峰值频率所得 Rayleigh 阻尼将使计算结果偏小;用小于基本周期范围内的拟加速度反应谱的峰值频率或形心点频率作为第二个参考频率计算误差较小;当地震波的卓越频率大于基频的结构时,Idriss 方法用平滑化 Fourier 谱的卓越频率计算参考频率效果更好;优化方法可以直接得到 Rayleigh 阻尼系数,避免了人为选取参考频率的任意性,且计算精度高.

关键词: 地震反应;Rayleigh 阻尼;卓越频率;参考频率;优化方法

中图分类号: TU311.3; TU352.1+1

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2017)12-0045-08

Comparison study on Rayleigh damping construction methods for long-span reticulated shell seismic response

PAN Danguang^{1,2}, CHENG Ye¹, LI Xueju¹

(1.Department of Civil Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;

2.State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering (Tongji University), Shanghai 200092, China)

Abstract: To analyze the effects of Rayleigh damping coefficients reference frequency selection method on structural seismic response, some methods to estimate Rayleigh damping coefficients including the frequency contents-based second reference frequency, IDRIS method, traditional method and the optimization method were compared by the errors of top displacement and base shear with a 85.2 m length, 61.8 m width reticulated shell. As for the frequency contents of earthquake waves, the statistics ranges of the peak and centroid frequencies of pseudo-acceleration-, pseudo-velocity- and displacement response spectrum were discussed. The numerical results show that: the second reference frequency specified by the peak and centroid frequencies of the pseudo-velocity- and displacement response spectrum as well as peak frequency of the Fourier spectrum make the response results smaller than the exact ones. The estimation error is reasonable, which the second reference frequency is equal to the peak and centroid frequencies of the pseudo-acceleration response spectrum in the range below the fundamental frequency. It is suitable that the reference frequency is estimated by the smoothing peak frequency of the Fourier spectrum in the IDRIS method when the predominant frequency of earthquake wave is greater than the fundamental frequency of structure. Optimization method can get the Rayleigh damping coefficient directly, eliminate the arbitrariness of reference frequency and have high calculation accuracy.

Keywords: seismic response; Rayleigh damping; predominant frequency; reference frequency; optimization method

在地震反应过程中,阻尼是影响反应结果的重要因素^[1-2].为进行强震下结构的弹塑性时程反应分析,需要构建相应的阻尼矩阵.在各种阻尼模型中, Rayleigh 阻尼由于计算简便而得到广泛应用.

采用矩阵表达, Rayleigh 阻尼矩阵 C 可表达为质量矩阵 M 和刚度矩阵 K 的线性组合,即

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (1)$$

式中 α 和 β 分别为质量和刚度比例阻尼系数. α 和 β 这两个系数可以通过指定两个参考频率 (ω_i 和 ω_j) 及其阻尼比 (ζ_i^* 和 ζ_j^*) 进行计算.显然, Rayleigh 阻尼除两阶参考频率的阻尼比外,其他各阶模态的阻尼比有一定的误差存在.因此,所构造的 Rayleigh 阻尼是否合理依赖于选取的两个参考频率是否合理.在结构地震反应分析时, Rayleigh 阻尼参考频率的选取有三类常用方法.

第一类方法是直接从结构的动力特性角度选择参考频率. Idriss 等^[3] 直接利用体系基频 ω_1 建立阻尼矩阵,此时所构造的 Rayleigh 阻尼高估了除基频

收稿日期: 2016-11-28

基金项目: 土木工程防灾国家重点实验室开放基金(SLDRCIE15-01)

作者简介: 潘旦光(1974—),男,研究员,博士生导师

通信作者: 潘旦光, pdg@ustb.edu.cn

以外的所有阻尼,从而导致结构动力反应偏小^[4].对于简单的建筑结构,常用两个低阶自振频率作为参考频率^[5].但对复杂结构而言,对结构有显著贡献的模态数目多达几百阶^[6].此时,如果用两个低阶模态建立 Rayleigh 阻尼矩阵将使结构高阶模态的阻尼比偏大,从而导致低估结构的地震反应.Chopra^[7]定性的指出,选择的两阶参考频率应使对结构反应有显著贡献模态的阻尼比取值合理.Clough 等^[8]建议 $\omega_i = \omega_1, \omega_j$ 从对结构动力反应有显著贡献的高阶振型中选取.Youssef 等^[9]的计算结果表明,最优参考频率的阶数随土层深度变化而变化.

第二类方法是令 $\omega_i = \omega_1$,第二个参考频率 ω_j 由地震波的频谱特性进行确定.Hudson 等^[10]令 ω_j 为地震波卓越频率 ω_e 和结构基频的奇数倍.即

$$\omega_j = n\omega_1,$$

(2)

式中 n 为大于 ω_e/ω_1 的奇数.楼梦麟等^[11]建议以输入地震波加速度反应谱的峰值频率作为 ω_j 进行深覆盖土层的地震反应计算.

第三类方法采用优化算法直接得到 Rayleigh 阻尼系数.杨大彬等^[12]以振型的峰值应变能系数作为权重函数,建立了加权最小二乘法.潘旦光等^[13-14]分别以结构峰值位移误差和基底剪力误差最小为目标函数,提出了一种求解 Rayleigh 阻尼系数的优化求解方法.

为比较上述三类 Rayleigh 阻尼系数计算方法的特点及对结构动力反应的影响.本文将以大跨网壳结构水平方向和竖向地震反应为例,讨论不同方法所得阻尼矩阵对网壳顶点位移及基底剪力的影响.除此以外,本文还从 Rayleigh 阻尼构建角度讨论了地震波主要频率成分及其选取范围的问题.

1 大跨网壳有限元模型及输入地震波

1.1 有限元模型

结构计算模型如图 1 所示,上部为 85.2 m 长, 61.8 m 宽单层网壳结构,下部由 8 组支架支撑整个结构.结构平面关于 x 轴对称,关于 y 轴不对称, z 为竖向坐标.结构主要构件如下:网壳内部杆件和环梁分别为 300 mm×50 mm×8 mm×12 mm 和 1 000 mm×600 mm×30 mm×30 mm 的空方管,下部斜撑和底柱分别为 300 mm×20 mm 和 800 mm×35 mm 的空心圆管.所有杆件材料为 Q235,采用梁单元进行建模.模型的模态特征如表 1 所示.表中 r_y 和 r_z 分别表示 y 和 z 方向的振型参与质量比, s_y 和 s_z 分别表示 y 和 z 方向的累积振型参与质量比.部分典型模态图如图 2 所示.并设各阶模态的阻尼比为 0.02.

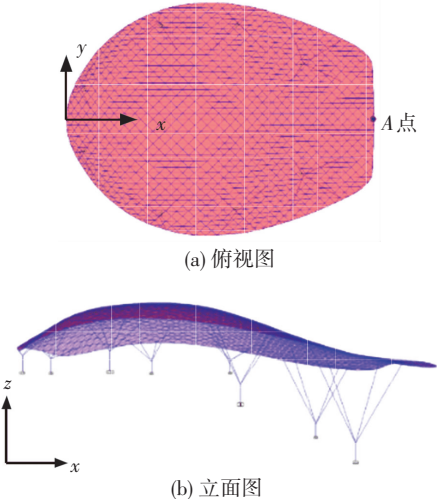


图 1 网壳有限元模型

Fig.1 Finite element model of reticulated shell

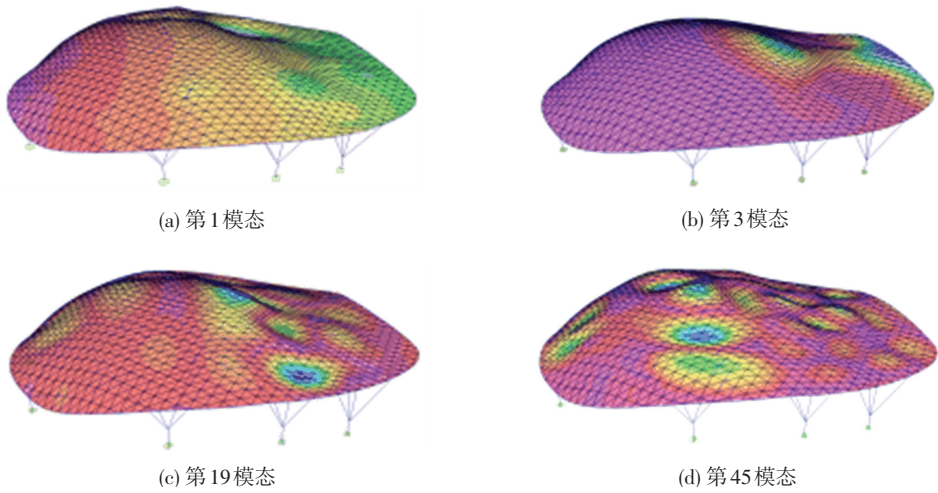


图 2 部分模态图

Fig.2 Part of mode shapes

1.2 输入地震波

为比较不同类型地震波对 Rayleigh 阻尼系数计算的影响,选用表 2 中的 3 条不同场地类型地震波

分别作为柱根部的水平和竖向地震输入.输入地震波的加速度时程如图 3 所示,加速度时程的幅值统一调整为 0.35 m/s^2 .

表 1 固有频率及振型参与质量比

Tab.1 Natural frequencies and modal participation mass ratios

模态	频率/Hz	$r_y/\%$	$r_z/\%$	$s_y/\%$	$s_z/\%$
1	0.896	0.610	0.002	0.610	0.002
3	1.273	0.002	0.230	0.612	0.242
8	2.130	0.002	0.081	0.631	0.359
13	2.465	0.001	0.061	0.639	0.459
17	2.766	0.066	0.001	0.724	0.484
18	2.842	0.047	0	0.771	0.484
19	2.905	0.029	0.003	0.800	0.487
26	3.474	0.001	0.045	0.863	0.563
40	4.148	0.007	0.021	0.892	0.698
45	4.443	0.002	0.023	0.901	0.812
205	12.464	0	0.001	0.976	0.900

表 2 地震波

Tab.2 Earthquake waves

地震波	时间	记录方向	地震
El Centro	1940.5.18	南北	California 地震
Tianjin	1976.11.25	东西	唐山余震
Northridge	1994.1.17	东西	Northridge 地震

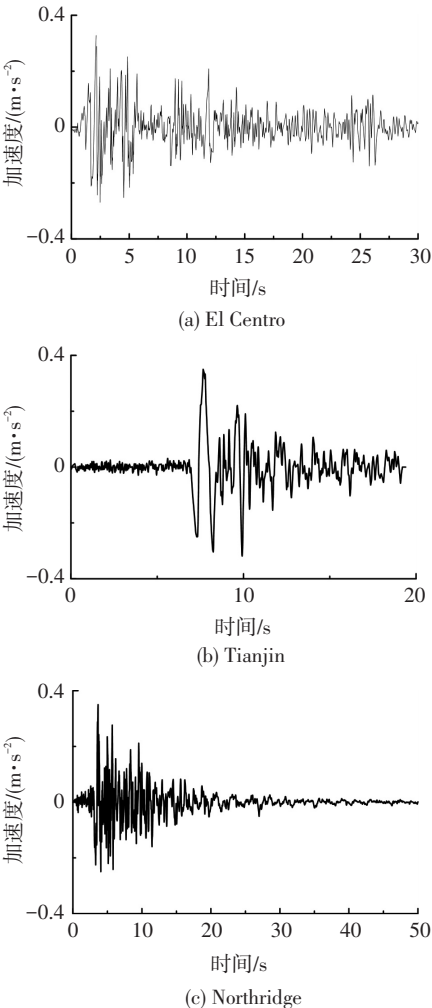


图 3 地震波加速度时程

Fig.3 Acceleration histories of earthquake waves

2 Rayleigh 阻尼系数计算方法

由模态分析可知,单层网壳结构在 y 方向(水平)地震输入时,前 45 阶模态的振型参与质量即超过 90%,第一阶模态的反应贡献具有绝对统治地位.对于 z 方向(竖向)地震输入时,前 205 阶模态的振型参与质量超过 90%,第三阶模态的反应贡献最大,但不具有统治地位.对于水平地震反应,结构的显著贡献模态少;而竖向地震反应,结构的显著贡献模态多,且没有具有绝对统治地位的模态.同时,在水平地震反应时,结构的第一个显著贡献模态的频率小于大部分地震波的卓越频率,而竖向地震反应时,结构的第一个显著贡献模态的频率高于部分地震波的卓越频率,因此,讨论 y 方向和 z 方向的地震反应,相当于讨论了两种结构类型下 Rayleigh 阻尼系数的计算问题.不同方法计算阻尼系数的差别在于两个参考频率选取的不同,为此,下面讨论单层网壳结构 y 方向和 z 方向地震反应时三类方法所得的参考频率及对结构地震反应的影响.

2.1 第一类方法

对于 y 方向地震输入,一种是根据经验选择 $\omega_i=\omega_1$ 和 $\omega_j=\omega_{19}$ (记为 $i=1 \ \& \ j=19$),另一种是直接令 $\omega_i=\omega_1$ 和 $\omega_j=\omega_2(i=1 \ \& \ j=2)$.对于 z 方向地震输入,分别考虑两种组合 $\omega_i=\omega_3$ 和 $\omega_j=\omega_{45}(i=3 \ \& \ j=45)$ 及 $\omega_i=\omega_1$ 和 $\omega_j=\omega_2(i=1 \ \& \ j=2)$.并在后面的讨论中将这种方法称为传统方法.

2.2 第二类方法

在第二类方法中, y 方向和 z 方向地震输入的 第一个参考频率分别选为 ω_1 和 ω_3 ,第二个参考频率可基于反应谱和 Fourier 谱进行选择.图 4 为 3 条地震波的位移、拟速度和拟加速度反应谱.

在利用反应谱选择 Rayleigh 阻尼第二个参考频率时,常直接选取反应谱峰值频率^[15].但这种方法存在的一个问题是:当结构的基频高于反应谱峰值频率时,构建的 Rayleigh 阻尼将使所有的高阶模态阻尼比大于真实的阻尼比,从而使计算结果偏小,这一点在位移反应谱中尤其明显,因为位移反应谱的峰值常出现在长周期.譬如,自振周期在 0~6 s 范围内,El Centro、Northridge 和 Tianjin 波的位移反应谱峰值频率分别为 0.352、0.410 和 0.568 Hz,这些峰值频率都小于基频,此时,都无法构造出合理的 Rayleigh 阻尼.事实上,反应谱反映的是在一个确定地震波作用下不同自振周期单自由度体系的最大反应,然后,以一定组合规则得到结构的反应.结构高阶模态的周期 T_i 都是小于基频周期 T_1 的,即 $T_i < T_1 (i=1,2,\cdots)$.因此, $[0, T_1]$ 区间的反应谱才参与结

构反应的计算.从这个角度看,以 $[0, T_1]$ 区间内反应谱的峰值频率作为第二个参考频率更合理.表 4 和表 5 中列出的拟加速度反应谱峰值频率 f_{Ra} 、拟速度

反应谱峰值频率 f_{Rv} 和位移反应谱峰值频率 f_{Rd} 都是指 $[0, T_1]$ 区间内的峰值频率.

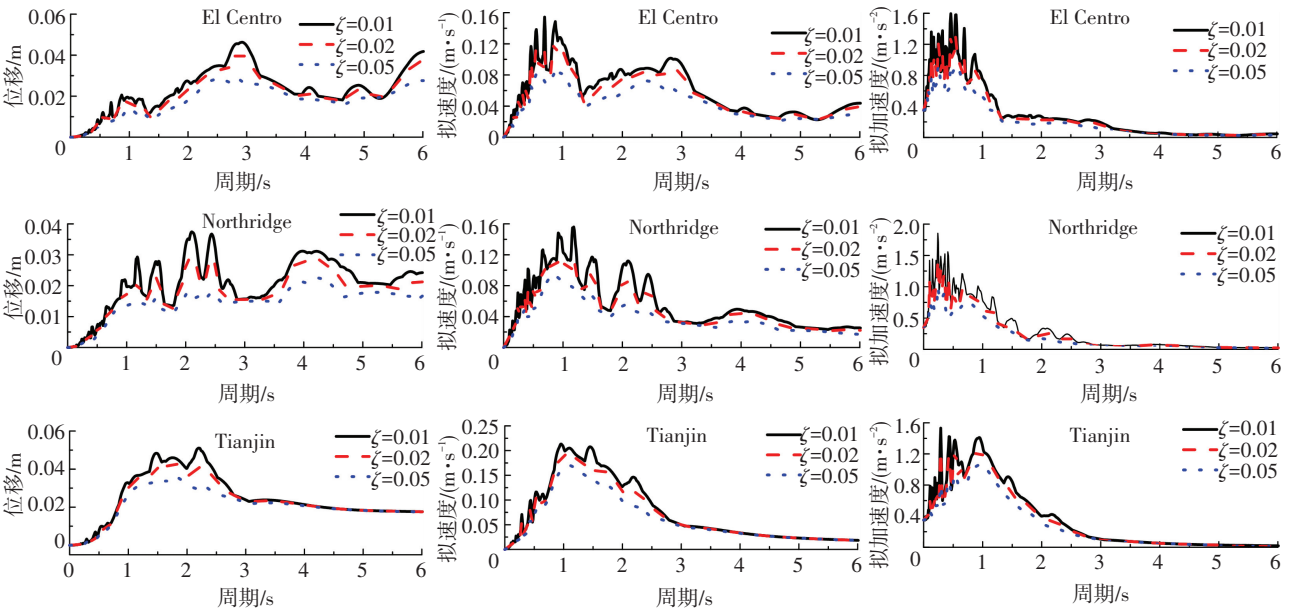


图 4 地震波反应谱
Fig.4 Response spectra of earthquake waves

考虑到多自由度体系是一系列单自由度体系反应的叠加,因此,部分学者将地震波的主要频率定义为反应谱形心的频率^[15].反应谱的形心频率 f_{Rg-i} 定义如下

$$\frac{1}{f_{Rg-i}} = \frac{\int_0^{T_R} TS_i(\zeta, T) dT}{\int_0^{T_R} S_i(\zeta, T) dT}, \tag{3}$$

式中: $S_i(\zeta, T)$ 为反应谱, i 分别取位移、拟速度和拟加速度.显然 f_{Rg-i} 是积分范围 T_R 的函数.图 5 为不同

地震波反应谱 f_{Rg-i} 随积分区间变化的曲线.由图可知,随着积分区间的增加,形心点的频率逐步降低.这是长周期部分反应谱影响的必然结果.由于只有 $[0, T_1]$ 区间的反应谱参与结构反应的计算,因此,计算形心频率的反应谱范围定义为 $[0, T_1]$ 更合理.表 4 和表 5 中列出拟加速度反应谱形心频率 f_{Rg-a} 、拟速度反应谱形心频率 f_{Rg-v} 和位移反应谱形心频率 f_{Rg-d} 都是指 $[0, T_1]$ 基本区间不同地震波反应谱的形心频率.

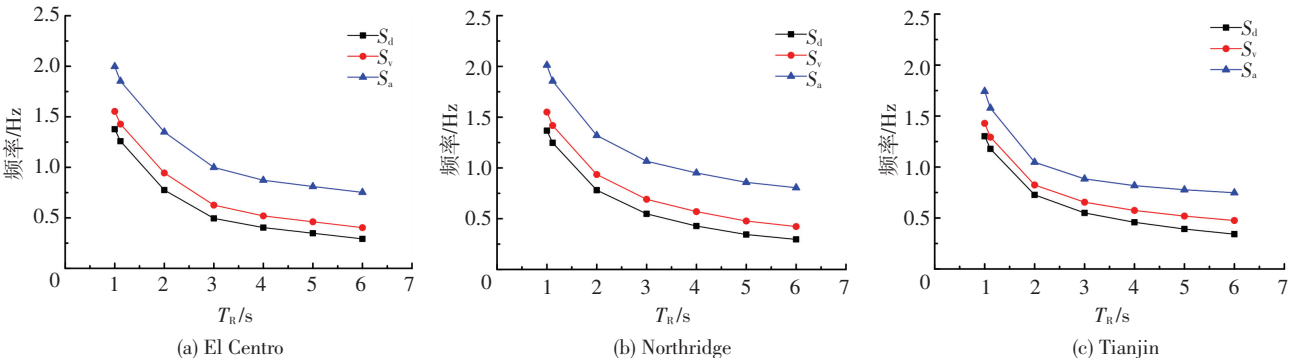


图 5 反应谱形心频率
Fig.5 Centroid frequencies of response spectra

图 6 为不同地震波 Fourier 谱. Fourier 谱表明地震波中含有哪些频率分量,及哪些频率分量振幅大.因此,将分量振幅最大的频率称为卓越频率,并记为 Fourier 谱峰值频率 f_f .实际地震波的 Fourier 谱呈剧

烈起伏的锯齿状,为避免 Fourier 谱中个别尖刺的影响,常将平滑化方法所得的峰值频率作为地震波卓越频率.本文将平滑化后 Fourier 谱的峰值频率记为 f_p .图 6 中的平滑化曲线是采用矩形脉冲窗的结果,

窗的带宽取为 1.2 Hz.

在得到地震波的卓越频率后,可采用式(2)计算 Rayleigh 阻尼系数.当 ω_e 取为 Fourier 谱的峰值频率 f_F 时,称为 I-1 方法;当 ω_e 取为平滑化 Fourier 谱的峰值频率 f_p 时,称为 I-2 方法.且当 $\omega_e < \omega_1$ 时,令 $n = 1$.

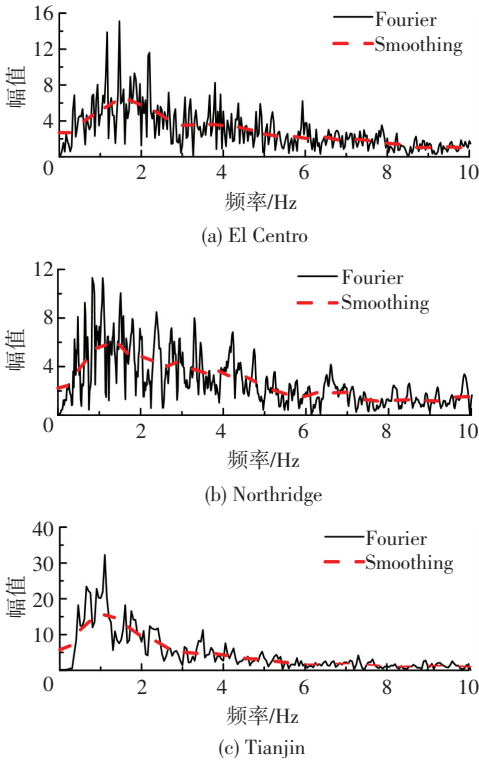


图 6 地震波 Fourier 谱

Fig.6 Fourier spectra of earthquake waves

2.3 第三类方法

对于第三类方法,以文献[14]提出的约束优化解法作为对比.该方法首先建立代数方程组:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{G} & \boldsymbol{\Omega}_s \\ \boldsymbol{\Omega}_s^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{H} \\ \boldsymbol{\zeta}_s^* \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{\Omega} \bar{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{\Omega}^T$, $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{\Omega} \bar{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{y}$, $\bar{\boldsymbol{w}} = [\bar{w}_{ij}]$, $\bar{w}_{ij} = \rho_{ij} \bar{M}_i \bar{M}_j S'_a \times (\zeta_i, \omega_i) S'_a(\zeta_j, \omega_j)$, $\boldsymbol{y} = \{\zeta_1^*, \zeta_2^*, \dots, \zeta_N^*\}^T$, $\zeta_i^* (i = 1, 2, \dots, N)$ 是指各阶模态的精确阻尼比.

$\boldsymbol{\Omega} = [\boldsymbol{\Omega}_1, \boldsymbol{\Omega}_2, \dots, \boldsymbol{\Omega}_N]$, $\boldsymbol{a} = \{\alpha \ \beta\}^T$ 为 Rayleigh 阻尼系数组成的向量, $\boldsymbol{\Omega}_i = 0.5 \{\omega_i^{-1} \ \omega_i\}^T (i = 1, 2, \dots, N)$ 中的 ω_i 为结构的第 i 阶固有频率, y 方向和 z 方向激振下 N 分别取为 45 和 205. $S'_a(\zeta_n^*, \omega_n)$ 为拟加速度反应谱关于阻尼的导数, $\bar{M}_i$ 为第 i 阶模态的振型参与质量百分比, $\boldsymbol{\Omega}_s = 0.5 \{\omega_s^{-1} \ \omega_s\}^T$ 是指约束第 s 阶的模态阻尼比等于 ζ_s^* . 对于 y 方向和 z 方向地震输入,约束模态分别取为 ω_1 和 ω_3 .

根据以上讨论,共形成 12 种 Rayleigh 阻尼系数的计算方法,其中传统方法在算例比较时,采用两种频率组合.表 3 列出了各种计算方法的简化名称和

所对应的类型.下面讨论各种方法所得 Rayleigh 阻尼对单层网壳结构地震反应的影响.

表 3 Rayleigh 阻尼系数计算方法

Tab.3 Estimation methods of Rayleigh damping coefficients		
类型	名称	说明
第一类	传统方法	根据经验选择两阶自振频率
	f_{Ra}	ω_j 等于加速度反应谱峰值频率
	f_{Rv}	ω_j 等于速度反应谱峰值频率
	f_{Rd}	ω_j 等于位移反应谱峰值频率
	f_{Rg-a}	ω_j 等于加速度反应谱形心频率
	f_{Rg-v}	ω_j 等于速度反应谱形心频率
第二类	f_{Rg-d}	ω_j 等于位移反应谱形心频率
	f_F	ω_j 等于 Fourier 谱的峰值频率
	f_p	ω_j 等于平滑化 Fourier 谱的峰值频率
	I-1	式(2)中以 f_F 作为卓越频率
	I-2	式(2)中以 f_p 作为卓越频率
第三类	优化方法	约束优化方法

3 数值计算结果

3.1 计算误差公式

为比较不同方法的计算误差,进行结构的线弹性地震反应分析.同时,以前 300 阶模态振型分解时程分析方法的计算结果为精确解,记为 r^* ,采用 Rayleigh 阻尼模型所得的近似解记为 r ,则 Rayleigh 阻尼模型计算结果的相对误差为

$$e = \frac{|r| - |r^*|}{|r^*|} \times 100\%. \quad (5)$$

在 m 条地震波作用下,各反应量的平均误差可采用以下两式进行统计:

$$\bar{e}_r = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_i, \bar{e}_a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |e_i|. \quad (6)$$

式中: $\bar{e}_r$ 用于度量不同方法所得计算结果是偏大还是偏小,而 $\bar{e}_a$ 用来表示这个方法的计算精度.

3.2 不同 Rayleigh 阻尼模型计算误差

El Centro、Northridge 和 Tianjin 三条地震波分别沿 y 方向(水平)和 z 方向(竖向)输入下,前述 12 种方法的参考频率如表 4 和表 5 所示.在 y 方向地震输入时,仅统计 y 方向的地震反应, z 方向地震输入时,仅统计 z 方向的地震反应.图 1 中 A 点的位移计算误差和基底剪力误差如表 6~9 所示.El Centro 波作用下 A 点位移反应的精确解及其 Fourier 谱如图 7 所示,基底剪力的精确解及其 Fourier 谱如图 8 所示.表和图中的 u_{Ay} 和 u_{Az} 分别表示 A 点的 y 方向和 z 方向的位移. F_y 和 F_z 分别表示 y 方向和 z 方向的基底剪力.

表 4 y 方向地震输入下的参考频率

Tab.4 Reference frequencies under the y direction seismic input Hz

计算方法	f_i	f_j		
		El Centro	Northridge	Tianjin
f_{Ra}	0.896	2.174	4.167	3.448
f_{Rv}	0.896	1.163	1.075	0.909
f_{Rd}	0.896	0.980	0.896	0.896
f_{Rg-a}	0.896	1.852	1.855	1.577
f_{Rg-v}	0.896	1.428	1.418	1.293
f_{Rg-d}	0.896	1.259	1.247	1.178
f_F	0.896	1.467	0.833	1.100
f_p	0.896	1.633	1.433	1.000
I-1	0.896	2.688	0.896	2.688
I-2	0.896	2.688	2.688	2.688
$i=1 \text{ \& } j=19$	0.896	2.905	2.905	2.905
$i=1 \text{ \& } j=2$	0.896	1.055	1.055	1.055
优化	0.896	2.944	2.923	3.098

表 5 z 方向地震输入下的参考频率

Tab.5 Reference frequencies under the z direction seismic input Hz

计算方法	f_i	f_j		
		El Centro	Northridge	Tianjin
f_{Ra}	1.273	2.174	4.167	3.448
f_{Rv}	1.273	1.163	1.075	0.909
f_{Rd}	1.273	0.980	0.896	0.896
f_{Rg-a}	1.273	1.852	1.855	1.577
f_{Rg-v}	1.273	1.428	1.418	1.293
f_{Rg-d}	1.273	1.259	1.247	1.178
f_F	1.273	1.467	0.833	1.100
f_p	1.273	1.633	1.433	1.000
I-1	1.273	3.819	1.273	1.273
I-2	1.273	3.819	3.819	1.273
$i=3 \text{ \& } j=45$	1.273	4.443	4.443	4.443
$i=1 \text{ \& } j=2$	0.896	1.055	1.055	1.055
优化	1.273	3.869	4.036	3.673

表 6 y 方向地震输入下 u_{Ay} 的相对误差

Tab.6 The relative error of displacement u_{Ay} under the y direction seismic input %

计算方法	f_{Ra}	f_{Rv}	f_{Rd}	f_{Rg-a}	f_{Rg-v}	f_{Rg-d}	f_F	f_p	I-1	I-2	$i=1 \text{ \& } j=19$	$i=1 \text{ \& } j=2$	优化
El Centro	0.030	-0.065	-0.083	0.002	-0.038	-0.055	-0.034	-0.018	0.070	0.070	0.086	-0.075	0.093
Northridge	-0.063	0.255	0.301	0.102	0.178	0.214	-0.322	0.175	0.301	0.011	-0.002	0.259	0.001
Tianjin	-0.001	-0.021	-0.022	-0.013	-0.016	-0.017	-0.018	-0.020	-0.005	-0.005	-0.003	-0.019	-0.004
$\bar{e}_r$	-0.011	0.056	0.065	0.030	0.041	0.047	-0.125	0.046	0.122	0.025	0.027	0.055	0.030
$\bar{e}_a$	0.031	0.114	0.135	0.039	0.077	0.095	0.125	0.071	0.125	0.029	0.030	0.118	0.033

表 7 z 方向地震输入下 u_{Az} 的相对误差

Tab.7 The relative error of displacement u_{Az} under the z direction seismic input %

计算方法	f_{Ra}	f_{Rv}	f_{Rd}	f_{Rg-a}	f_{Rg-v}	f_{Rg-d}	f_F	f_p	I-1	I-2	$i=3 \text{ \& } j=45$	$i=1 \text{ \& } j=2$	优化
El Centro	-0.753	-0.870	-0.881	-0.795	-0.845	-0.862	-0.841	-0.822	-0.560	-0.560	-0.495	-1.724	-0.552
Northridge	-0.144	-0.456	-0.487	-0.341	-0.401	-0.427	-0.499	-0.399	-0.423	-0.165	-0.124	-1.278	-0.149
Tianjin	-0.348	-0.320	-0.318	-0.361	-0.350	-0.343	-0.338	-0.329	-0.349	-0.349	-0.321	-1.225	-0.343
$\bar{e}_r$	-0.415	-0.549	-0.562	-0.499	-0.532	-0.544	-0.559	-0.517	-0.444	-0.358	-0.313	-1.409	-0.348
$\bar{e}_a$	0.415	0.549	0.562	0.499	0.532	0.544	0.559	0.517	0.444	0.358	0.313	1.409	0.348

表 8 y 方向地震输入下基底剪力 F_y 的相对误差

Tab.8 The relative error of base shear F_y under the y direction seismic input %

计算方法	f_{Ra}	f_{Rv}	f_{Rd}	f_{Rg-a}	f_{Rg-v}	f_{Rg-d}	f_F	f_p	I-1	I-2	$i=1 \text{ \& } j=19$	$i=1 \text{ \& } j=2$	优化
El Centro	-0.643	-3.484	-4.214	-1.373	-2.566	-3.134	-2.443	-1.952	0.290	0.290	0.616	-3.905	0.676
Northridge	0.780	-1.673	-2.008	-0.624	-1.143	-1.391	-2.136	-1.123	-2.008	0.065	0.201	-1.707	0.215
Tianjin	0.092	-0.171	-0.176	-0.041	-0.087	-0.109	-0.126	-0.148	0.061	0.061	0.072	-0.136	0.079
$\bar{e}_r$	0.076	-1.776	-2.133	-0.679	-1.265	-1.545	-1.568	-1.074	-0.552	0.139	0.296	-1.916	0.323
$\bar{e}_a$	0.505	1.776	2.133	0.679	1.265	1.545	1.568	1.074	0.786	0.139	0.296	1.916	0.323

表 9 z 方向地震输入下基底剪力 F_z 的相对误差

Tab.9 The relative error of base shear F_z under the z direction seismic input %

计算方法	f_{Ra}	f_{Rv}	f_{Rd}	f_{Rg-a}	f_{Rg-v}	f_{Rg-d}	f_F	f_P	I-1	I-2	$i=3 \text{ \& } j=45$	$i=1 \text{ \& } j=2$	优化
El Centro	-1.668	-3.889	-4.495	-2.222	-3.150	-3.604	-3.053	-2.668	0.067	0.067	0.463	-5.994	0.103
Northridge	0.084	-1.096	-1.259	-0.593	-0.841	-0.960	-1.323	-0.831	-0.940	0.019	0.130	-1.552	0.061
Tianjin	0.208	-0.383	-0.389	-0.144	-0.232	-0.273	-0.302	-0.343	-0.239	-0.239	0.324	-0.681	0.237
$\bar{e}_r$	-0.459	-1.789	-2.048	-0.986	-1.408	-1.612	-1.559	-1.281	-0.371	-0.051	0.306	-2.742	0.134
$\bar{e}_a$	0.653	1.789	2.048	0.986	1.408	1.612	1.559	1.281	0.415	0.108	0.306	2.742	0.134

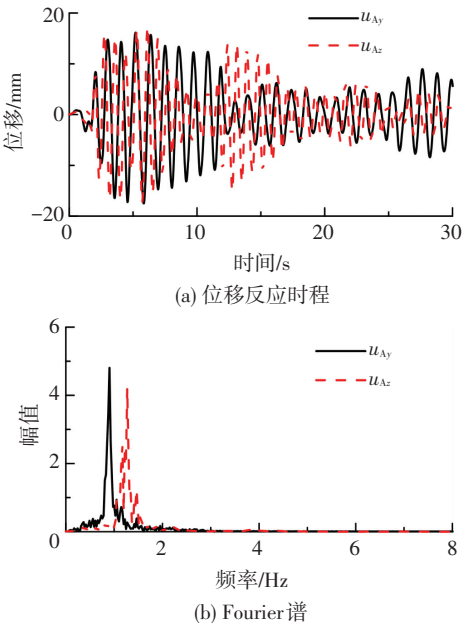


图 7 El Centro 波作用下 A 点的位移反应时程及 Fourier 谱
Fig.7 Time histories and Fourier spectra of point A displacement under the El Centro wave

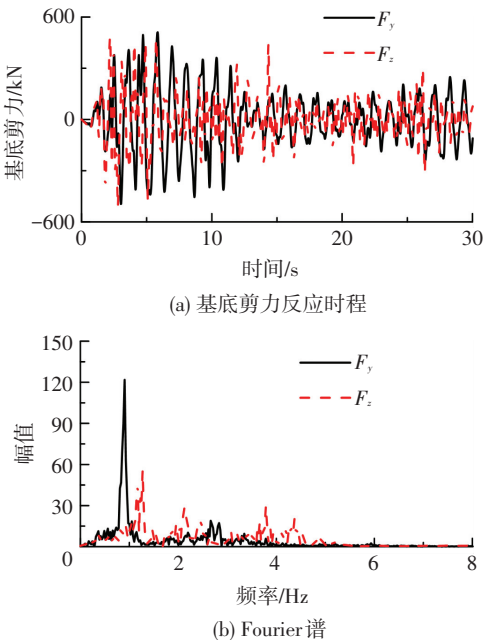


图 8 El Centro 波作用下基底剪力反应时程及 Fourier 谱
Fig.8 Time histories and Fourier spectra of base reactions under the El Centro wave

由计算结果可看出：

1) 除 $i=1 \text{ \& } j=2$ 组合的传统方法进行竖向地震反应计算外,其余方法所得 A 点位移 u_{Ay} 和 u_{Az} 的平

均误差基本相同.对于 y 方向地震输入,观察表 1 和图 7 的结果可以发现,第一模态的位移反应远大于其他模态的反应.对于 z 方向地震输入,虽然第三模态的振型参与质量的优势不是特别明显,但是, u_{Az} 的 Fourier 谱表明,第三模态的位移反应具有绝对主导地位.此时,对于 Rayleigh 阻尼矩阵而言,当 y 方向地震输入时,只要 $\zeta_1 = \zeta_1^*$; 当 z 方向地震输入时,只要 $\zeta_3 = \zeta_3^*$; u_{Ay} 和 u_{Az} 的计算精度即可满足精度要求.而任意选择前两阶模态组合计算 Rayleigh 阻尼系数,进行 z 方向地震反应计算,计算误差大且偏小.

2) 对于基底剪力 F_y 和 F_z ,以 $f_{Rv} \text{ } f_{Rd} \text{ } f_{Rg-v} \text{ } f_{Rg-d}$ 为第二参考频率的计算结果都偏小.对比反应谱的峰值频率和形心频率可以发现 $f_{Ra} > f_{Rv} > f_{Rd}$, 以及 $f_{Rg-a} > f_{Rg-v} > f_{Rg-d}$.这是由于反应谱在大于 2 Hz 区域为加速度敏感区,小于 0.3 Hz 为位移敏感区,中间区段为速度敏感区^[7].而由图 8 基底剪力的 Fourier 谱可知,高阶模态对基底剪力的反应也有显著贡献.譬如 $f_{19} = 2.905 \text{ Hz}$ 和 $f_{45} = 4.443 \text{ Hz}$ 模态的反应分别对 F_y 和 F_z 有显著影响,而基于速度反应谱的 $f_{Rv} \text{ } f_{Rg-v}$ 和位移反应谱的 $f_{Rd} \text{ } f_{Rg-d}$ 的第二个参考频都远小于 f_{19} 和 f_{45} ,导致这两阶模态的阻尼比偏大而低估了高阶模态的反应.基于加速度反应谱峰值频率和形心频率的计算误差相对较小.

3) f_F 作为第二个参考频的计算结果偏小.这是由于 Fourier 谱和拟速度反应谱类似,因此, f_F 和 f_{Rv} 的计算结果也类似.以平滑化的峰值频率 f_P 作为第二个参考频的计算结果要略优于 f_F 的计算结果,但无法改变计算结果偏小的特点.同时,当 f_F 或 f_P 小于结构的基频时,直接用卓越频率作为第二个参考频率的计算误差更大.这是由于这种方法除基频的阻尼比外,其余模态的阻尼比都大于精确解而导致计算结果偏小.因此,对于地震波卓越频率小于结构基频的地震波,采用地震波卓越频率作为参考频率不合理.

4) I-2 方法的平均误差小于 I-1 方法,这表明采用平滑化 Fourier 谱所得卓越频率进行 Idriss 方法^[10]第二个频率的计算更合理.而且,由于 f_F 易受 Fourier 谱中个别低频尖刺的影响,而使计算结果离散性大.同时,当地震波的卓越频率小于结构的基频

时,此时,Idriss 方法实际上就是基于基频建立阻尼矩阵,Rayleigh 阻尼高估了高阶模态的阻尼比,由此使结构的地震反应偏小,因此,当地震波的卓越频率小于结构的基频时,I-1 和 I-2 方法都是不合理的.当地震波的卓越频率大于结构的基频时,可采用 I-2 方法建立 Rayleigh 阻尼.

5)对于优化方法,无论是 y 方向地震输入还是 z 方向地震输入,由于优化算法中考虑了结构动力特性、地震波频率特性的影响,因此,对于两个方向的地震输入和所有地震波的计算结果误差都小且稳定.而且,优化方法是直接得到 Rayleigh 阻尼系数,避免了人为选择两阶参考频率的任意性,适用于不同工程结构的 Rayleigh 阻尼构建.

6)对于传统方法,本文所选的 y 方向和 z 方向的频率组合 $i=1$ & $j=19$ 和 $i=3$ & $j=45$ 实际上和优化分析方法的频率基本相同,因此,对于富有经验的计算人员,直接选取两阶合理的参考频率用于 Rayleigh 阻尼计算也是可行的.但是,任意选择前两阶模态进行 Rayleigh 阻尼计算所得计算结果偏小,且绝对误差最大,是不合理的计算方法.

4 结 论

在大型复杂结构的非线性地震反应分析时,常需建立 Rayleigh 阻尼矩阵进行直接积分法计算.由于参与结构振动的模态多且复杂,因此,如何选取合理的参考频率是一个需要仔细斟酌的事情.本文以一个长 85.2 m,宽 61.8 m 的大跨屋盖为例,对比分析了 12 种国内外 Rayleigh 阻尼系数计算方法对计算结果的影响,由理论分析和数值计算可得出以下结论:

1)对于第一类方法,工程技术人员如果对结构的动力反应有充分认识,可直接指定两阶参考频率.但是,任意选择前两阶模态进行 Rayleigh 阻尼计算,易造成计算结果偏小,是不合理的计算方法.

2)对于第二类方法,建议采用 $[0, T_1]$ 区间的拟加速度反应谱峰值频率或形心频率、I-2 方法作为 Rayleigh 阻尼系数计算的第二个参考频率.

3)优化方法所得 Rayleigh 阻尼系数是综合考虑结构的动力特性、输入地震波频谱特性的综合结果,直接得到 Rayleigh 阻尼系数,避免了基于经验指定两阶频率的任意性,且计算误差较小,适合于工程结构的计算与分析.

参考文献

- [1] 沈聚敏,周锡元,高小旺. 抗震工程学[M].北京:中国建筑工业出版社,2002.
SHEN Jumin, ZHOU Xiyuan, GAO Xiaowang. Earthquake engineering [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002.

- [2] 翟长海,谢礼立,张茂花. 阻尼对工程结构等延性地震抗力谱的影响分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2007,38(10): 1705-170.
ZHAI Changhai, XIE Lili, ZHANG Maohua. Influence analysis damping on constant-ductility seismic resistance spectra for seismic design of structures [J]. Journal of Harbin institute of technology, 2007, 38(10): 1705-1708.
- [3] IDRIS I M, LYSMER J, HWANG R, et al. Quad 4: a computer program for evaluating the seismic response of soil structures by variable damping finite element procedures[R]. Berkeley: University of California, 1973.
- [4] 邹德高,徐斌,孔宪京.瑞利阻尼系数确定方法对高土石坝地震反应的影响研究[J].岩土力学,2011,32(3):797-803.
ZOU Degao, XU Bin, KONG Xianjing. Study of influence of different methods for calculating Rayleigh damping coefficient on high earth-rock dam seismic response[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(3):797-803.
- [5] 周国良,李小军,刘必灯,等.大质量法在多点激励分析中的应用、误差分析与改进[J].工程力学,2011,28(1):48-54.
ZHOU Guoliang, LI Xiaojun, LIU Bideng, et al. Error analysis and improvements of large mass method used in multi-support seismic excitation analysis [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(1): 48-54.
- [6] 潘旦光,靳国豪,高莉莉.大跨斜拉桥 Rayleigh 阻尼系数的约束优化解[J].振动与冲击,2014,33(16):34-41.
PAN Danguang, JIN Guohao, GAO Lili. Constraint optimal solution of Rayleigh damping coefficients for long-span cable-stayed bridges [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(16): 34-41.
- [7] CHOPRA A K. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering [M]. New Jersey: Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1995.
- [8] CLOUGH R W, PENZIEN J. Dynamics of structures [M]. New York: Mc-Graw Hill Inc, 1993.
- [9] YOUSSEF M A, HASHASH D P. Viscous damping formulation and high frequency motion propagation in nonlinear site response analysis[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 22: 611-624.
- [10] HUDSON M, IDRIS I M, BEIKAE M. User manual for QUAD4m: A computer program to evaluate the seismic response of soil structures using finite element procedures and incorporating a compliantbase [D]: Berkeley: University of California, 1994.
- [11] 楼梦麟,邵新刚.应用通用程序计算深覆盖土层地震反应的几个问题[J].振动与冲击,2015,34(4):63-68,109.
LOU Menglin, SHAO Xin'gang. Several problems in seismic response calculation of soil layer with deep deposit using general software [J]. Journal of Vibration and shock, 2015, 34(4): 63-68, 109.
- [12] YANG Dabin, ZHANG Yigang, WU Jinzhi. Computation of Rayleigh damping coefficients in seismic time-history analysis of spatial structures [J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2010, 51(2): 125-135.
- [13] 潘旦光.直接确定 Rayleigh 阻尼系数的一种优化方法[J].工程力学,2013,30(9):16-21.
PAN Danguang. An optimization method for the direct determination of Rayleigh damping coefficients[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(9): 16-21.
- [14] PAN D G, CHEN G D, GAO L L. A constrained optimal Rayleigh damping coefficients for structures with closely-spaced natural frequencies in seismic analysis [J]. Advances in Structural Engineering, 2017, 20(1):81-95.
- [15] 楼梦麟,邵新刚.深覆盖土层 Rayleigh 阻尼建模问题讨论[J].岩土工程学报,2013,35(7):1272-1279.
LOU Menglin, SHAO Xingang. Discussion on modeling issues of Rayleigh damping matrix in soil layer with deep deposit[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(7):1272-1279.

(编辑 赵丽莹)